

オペレーションズ・リサーチ試験問題 (茨木) 98/2/23

問1: 市場で売られている4種類の肥料 F_1, F_2, F_3, F_4 を混合して、チッ素、リン酸、カリがそれぞれ8%, 14%, 8%以上含まれる肥料を 500kg 作りたい。以下の表は各肥料中のチッ素、リン酸、カリの含有量(重量%) とその価格を表している。

	チッ素	リン酸	カリ	価格
F_1	4%	8%	6%	40 円/kg
F_2	20%	20%	20%	160 円/kg
F_3	12%	8%	6%	60 円/kg
F_4	0%	0%	0%	10 円/kg

- (1) 費用が最も少ない混合方法を求める問題を線形計画問題として定式化せよ。
- (2) チッ素、リン酸、カリの含有率に関する制限が目標的であるとき、上の問題をスラック変数、差異変数を導入して、目標計画問題として定式化せよ。ただし、これらの目標の重要度は等しく、目標が達成されなかった物質の 1kg あたりのペナルティは 1000 円とする。

問2: 次の線形計画問題を2段階シンプレックス法で解くことを考える。

$$\begin{array}{llll}
 \text{P: } \min & x_1 & -x_2 & +x_3 \\
 \text{s.t.} & x_1 & +2x_2 & +x_3 \geq 6 \\
 & 3x_1 & +2x_2 & -x_3 \leq 12 \\
 & x_1 \geq 0 & x_2 \geq 0 & x_3 \geq 0
 \end{array}$$

- (1) 初期解を求めるために、スラック変数 s_1, s_2 , 人為変数 x_4 を導入して補助問題を定式化せよ。
- (2) シンプレックス法を用いて (1) で定式化した補助問題を解け。
- (3) (2) で得られた初期解から始めて、シンプレックス法で問題 P を解け。
- (4) 最終タブローを見て、目的関数の係数の変化に対する感度分析を行え。すなわち、最適解の基底変数を変えない範囲での変化可能量を求め、それぞれの値の変化の影響について説明せよ。
- (5) 問題 P の双対問題 D を導け。さらに、D の解を P の最終タブローから求めよ。またその根拠も書きなさい。

問3: 表のようにデータが与えられるネットワーク (V, E) において最大流問題を考える。初期フローが、

枝 2 には 6, 枝 6 には 4, 枝 3, 4, 7 にはいずれも 2 流れている。

枝番号	始点	終点	容量	初期フロー
1	1	2	3	0
2	1	3	6	6
3	2	4	6	2
4	3	2	2	2
5	3	4	1	0
6	3	5	5	4
7	4	5	3	2

- (1) このときの残余ネットワークを枝の容量とともに図で表しなさい。
- (2) (1) で求めた残余ネットワーク上でフロー増加路を見つけるために、以下のラベリング法を適用する。

ラベリング法

Step 0: $L := \{1\}, S := \emptyset$ とする。すべての節点 $i \in V$ に対して $p(i) := 0$ とする。

Step 1: $t \in L$ または $L = S$ ならば終了。そうでなければ、節点 $i \in L - S$ を 1 つ選び (候補が 2 つ以上あるときは節点の番号の小さいものから先に選ぶ), $S := S \cup \{i\}$ とする。

Step 2: 残余ネットワークにおける節点 i を始点とする枝 (i, j) のすべてに対して、

$$j \notin L \text{ ならば } L := L \cup \{j\}, p(j) := i$$

とする、このときの、 $L, S, p(1), \dots, p(5)$ を出力する。Step 1 に戻る。

このラベリング法が終了するまでの Step 2 の出力結果をすべて書き、フロー増加路を求めよ。

- (3) このネットワークの最大流量とそのフローを求めよ。また、そのフローが最適であることを、カットという言葉を使って説明せよ。