1. 直線 $\ell : y = -2x\log_2 a$ と放物線 $C : y = x^2 + b^2$ がある。ただし $a > 0$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $b = \log_3 5$ とする。C と ℓ が接するとき，a の値を求め，$a < 3$ であることを示せ。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(2) C と ℓ が異なる 2 点で交わるとき，a，b の満たす条件を求め，ab 平面上に図示せよ。

2. 放物線 $y = x^2$ 上に 2 点 $\mathrm{A}(a,\ a^2)$，$\mathrm{B}(b,\ b^2)$ がある。ただし，$a > b$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 2 点 A，B を通る直線の方程式を a，b を用いて表せ。

(2) 直線 AB と放物線 $y = x^2$ で囲まれる領域の面積 S が $S = \dfrac{(a-b)^3}{6}$ で表されることを示せ。

(3) 2 点 A，B が $S = \dfrac{4}{3}$ となるように放物線上を動くとき，線分 AB の長さの最小値を求めよ。

3. サイコロを 1 の目が出るまで投げる。ただし，5 回投げて 1 の目が出なければそこで止める。それまでに出たサイコロの目の和を得点とする。例えば，2，3，1 の順で目が出れば $2 + 3 + 1 = 6$ 点，2，4，3，2，6 ならば $2 + 4 + 3 + 2 + 6 = 17$ 点となる。このとき次の問いに答えよ。

(1) 4 以下の自然数 k に対して，k 回目に 1 の目が出て終了する確率を求めよ。

(2) 得点が 1，2，3，4，5 点である確率 $P(1)$，$P(2)$，$P(3)$，$P(4)$，$P(5)$ をそれぞれ求めよ。

(3) 得点が 27 点である確率 $P(27)$ を求めよ。

4. xy 平面上において，原点 O を中心とする正六角形 ABCDEF の 3 つの頂点の座標が，$\mathrm{A}(0,\ 2)$，$\mathrm{B}(\sqrt{3},\ 1)$，$\mathrm{C}(\sqrt{3},\ -1)$ であるとき，次の問いに答えよ。

(1) 辺 CD の中点を L，線分 AL の中点を M とし，直線 FM と辺 BC の交点を N とする。FM : MN，BN : NC の比の値をそれぞれ求めよ。

(2) $|\overrightarrow{\mathrm{BP}} + \overrightarrow{\mathrm{FP}}| = |\overrightarrow{\mathrm{BF}}|$ を満たす点 P の描く図形の方程式を求めよ。

(3) BF 上の点 $\mathrm{Q}(q,\ 1)$ が $-\sqrt{3} \leqq q \leqq \sqrt{3}$ を満たす任意の点であるとき，△QCE の垂心 H の描く図形の方程式を求めよ。