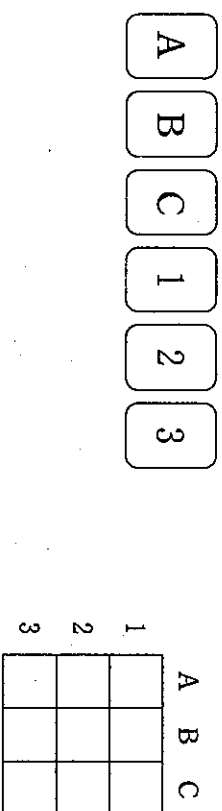


1. m を整数として、二次関数 $f(x) = x^2 + mx + 3$ を考える。次の問いに答えよ。

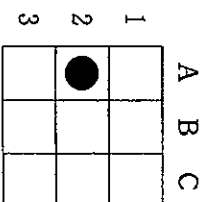
- (1) $f(x) = 0$ の解がすべて整数となる 2 個の m の値 m_1, m_2 を求めよ。
- (2) $g(x) = \min(x^2 + mx + 3, x^2 + mx + 3)$ としたとき、 x 軸と曲線 $y = g(x)$ によって囲まれる図形の面積を求めよ。ただし、 $\min(a, b)$ は a, b のうち大きくない方の値を表す。

2. 文字 A, B, C, 数字 1, 2, 3 と書かれたカードをそれぞれ 1 枚ずつ、合計 6 枚を箱に入れる。箱から無作為にカードを 2 枚引いて、図のような列 A, B, C 行 1, 2, 3 とする 3×3 のマス目に以下のルールに従って、石を置くか取り除く試行を行う。



- ・引いた 2 枚のカードが文字同士、数字同士の組み合わせである場合何もしない。
- ・引いた 2 枚のカードが文字と数字の組み合わせだった場合、もし、その文字と数字に対応するマス目に石が置かれていない場合、石を置く。もしそのマス目に石が置かれている場合、石を取り除く。
- ・カードは試行ごとに箱に戻すとする。

例えば、右図の状態のあとカードを引いて、カードが B, 1 の組み合わせの場合、B 列 1 行のマス目に石を置く。カードの組み合わせが A, 2 の場合は、A 列 2 行のマス目には石が置かれているのでそれを取り除く。



ただし、第 1 回目の試行を開始する前には、マス目には石は置かれていない。次の問いに答えよ。

- (1) 第 1 回目の試行のあと、石がマス目に置かれている確率を求めよ。
- (2) 第 2 回目の試行のあと、石がマス目に置かれている確率を求めよ。
- (3) 第 3 回目の試行のあと、マス目に置かれている石の数の期待値を求めよ。

3. 曲線 $y = \frac{x^2}{2}$ (ただし、 $x \leq 0$) 上に点 $P\left(a, \frac{a^2}{2}\right)$ を、曲線 $y = x^2$ (ただし、 $x \geq 0$) 上に点 $Q(b, b^2)$ をとる。P および Q における接線をそれぞれ ℓ, m とする。 ℓ と m の交点を R とし、 $\theta = \angle PRQ$ とする。 $2b - a = 4$ のとき、次の問いに答えよ。
 - (1) θ を直角にする a の値を求めよ。
 - (2) θ が直角でないとき、 $\tan \theta$ を a で表せ。
 - (3) θ が最大および最小となる a の値をそれぞれ求めよ。

4. xy 平面上の 3 点 $A(a, b), B(-b, a), C(a^2 - b^2, 4ab)$ を考える。ただし、 a, b はそれぞれ $a > 0, b > 0, a + b = 1$ を満たす任意の実数である。次の問いに答えよ。

- (1) a, b が条件を満たしながら動くとき、点 C が描く図形を図で示せ。
- (2) $\angle ACB = \theta$ とおくとき、 θ を最小にする a の値を求めよ。
- (3) 三角形 ABC の面積を最大にする a の値を求めよ。