1. 原点をOとする座標平面上に2点A(1，1)，B(−1，1)があり，三角形OABの内部または周上に点Pをとる。辺AB上において，点Pからの距離が最小となる点をQとする。次の問いに答えよ。

(1) 点Pが辺OA上にあり，線分OPとPQの長さが等しいときのOPの長さを求めよ。

(2) OP ≦ PQを満たす点Pが存在する範囲を図示せよ。

(3) (2)で求めた点Pの存在範囲の面積を求めよ。

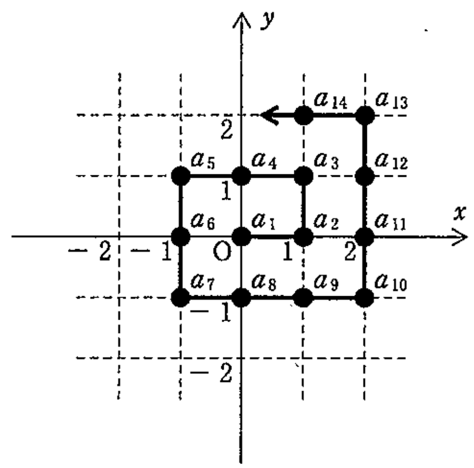
2. nを3以上の自然数とする。1からnまでの自然数から3個の互いに異なる数字を選び並べる。その数字と数字の間に足し算(+)および掛け算(×)の記号をそれぞれ1つずつ入れて数式を作り，その計算結果をYとする。例えば，$n = 5$で数字2，3，5を選び，数式が$2 + 5 \times 3$なら$Y = 17$である。ただし，$2 + 5 \times 3$，$2 + 3 \times 5$，$5 \times 3 + 2$などはYが同じでも異なる式とする。次の問いに答えよ。

(1) $n = 5$のとき，$Y = 9$となる数式の個数はいくつか。

(2) Yが奇数となる数式の個数を$n = 5$のときと$n = 6$のときについて求めよ。

(3) $n = k$のときにYが奇数となる数式の個数と，$n = k + 1$のときにYが奇数となる数式の個数との差が500以上となる最小のkを求めよ。

3. 図のように，原点を開始点とし，平面上の格子点をうずまき状にたどっていくことを考える。選ばれた格子点は順に(0，0)，(1，0)，(1，1)，…となる。n番目に選ばれた格子点のxy座標を(x_n, y_n)で表す。(x_n, y_n)を用いて数列$\{a_n\}$を$a_n = x_n \cdot y_n$と定義する。数列$\{a_n\}$について次の問いに答えよ。



(1) a_{758}を求めよ。

(2) 数列$\{a_n\}$の初項から第758項までの和を求めよ。

4. 一辺の長さが1の正四面体OABCについて辺OAの中点をL，OBを2：1の比に内分する点をM，OCを1：2の比に内分する点をNとする。3点L，M，Nで決まる平面と直線AB，BC，CAとの交点を順にP，Q，Rとする。$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$，$\overrightarrow{OC} = \vec{c}$とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OP}$，$\overrightarrow{OQ}$，$\overrightarrow{OR}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

(2) 3点P，Q，Rは同一直線上にあることを示せ。

(3) 三角形NLMと三角形NRQの面積比を求めよ。