1. 曲線 $C: y = x^3 + 1$ と直線 $\ell_1: y = 3x - 1$ が接する点を P とする。点 P を通り，P 以外の点 Q で C と接する直線を ℓ_2 とする。次の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ_2 の方程式を求めよ。

(2) 曲線 C と直線 ℓ_1 の共有点で点 P 以外の点を R とする。ℓ_1, ℓ_2 および C のうち Q から R までの部分によって囲まれた図形の面積を求めよ。

2. 原点を O とする座標空間内に 3 点 A$(4,0,2)$, B$(2,3,3)$, C$(5,3,0)$ からなる三角形 ABC がある。2 点 A, B を通る直線上の点を D とする。次の問いに答えよ。

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を用いて表せ。

(2) 点 D が xy 平面上にあるとき，その座標を求めよ。

(3) xy 平面上の点 P$(x,y,0)$ が三角形 ABC を含む平面上にあるとき，x と y の関係式を求めよ。

(4) 点 P が (3) の条件を満たし，さらに，2 点 A, P を通る直線と 2 点 B, C を通る直線が直交するとき，点 P の座標を求めよ。

3. 自然数 n に対し，$a_n = 2^{n-1}\cos\dfrac{(n-1)\pi}{3}$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ を考える。また，$\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和を S_n で表す。次の問いに答えよ。

(1) S_6 を求めよ。

(2) S_{50} を求めよ。

(3) $|S_n| \geqq 10^{50}$ となる最小の n の値を求めよ。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

4. 袋の中に何枚かの金貨と，何枚かの銀貨が入っており，これを金貨，銀貨の別を確認することなく，1 枚ずつ取り出して，順に 1 列に並べていく。袋の中の硬貨をすべて取り出して並べ終えたとき，列の中には，金貨と銀貨いずれかのみ 1 枚以上からなる部分的な列ができている。これを「連（れん）」とよぶ。例えば，

金, 金, 金, 銀, 銀, 金, 金, 銀, 金

の列には，

(金, 金, 金), (銀, 銀), (金, 金), (銀), (金)

のように，5 個の連がある。次の問いに答えよ。ただし，$0! = 1$ とする。

(1) 金貨が 6 枚，銀貨が 3 枚のとき，連の個数が 5 である確率を求めよ。

(2) 金貨と銀貨が n 枚ずつ $(n \geqq 2)$ のとき，連の個数が偶数 k $(2 \leqq k \leqq 2n)$ である確率を n と k の式で表せ。